

کنترل تطبیقی مدل چندگانه مقاوم وضعیت ماهواره

ابوالفضل شهر وئی^۱، محمدحسین کاظمی^۲

دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شاهد، تهران، ایران

shahrooeia@yahoo.com

خلاصه

در این مقاله به مسأله‌ی کنترل وضعیت ماهواره در حضور اغتشاشات محیطی، نامعینی در ماتریس ممان اینرسی و همچنین محدودیت روی سرعت زاویه‌ای ماهواره پرداخته شده است. بدین منظور یک قانون کنترل مقاوم در برابر اغتشاشات خارجی متغیربازمان دارای یک کران محدود بر حسب خطای کواترنیون ارائه شده است. این قانون کنترل طی شدن مسیر کوتاه‌تر برای رسیدن به وضعیت مطلوب را تضمین کرده و پایداری مجانبی آن به روش لیاپانوف اثبات شده است. پس از آن، با استفاده از رویکرد مدل چندگانه در کنترل تطبیقی به بهبود پاسخ گذرای سیستم در حضور نامعینی بزرگ در ماتریس ممان اینرسی پرداخته شده است. بدین منظور، با تقسیم فضای پارامتر ماتریس ممان اینرسی به تعداد مناسبی زیرفضا، مجموعه‌ای از جفت‌های مدل/کنترل کننده بدست آمده است. برای هر جفت مدل/کنترل کننده یک شاخص هزینه که هم عملکرد لحظه‌ای و هم عملکرد متوسط جفت را نشان می‌دهد در نظر گرفته شده است. در نهایت سیگنال کنترل اعمالی به سیستم با استفاده از یک ترکیب محدب از سیگنال کنترل تمامی کنترل کننده‌ها بدست آمده است. عملکرد الگوریتم کنترل ارائه شده با استفاده از شبیه‌سازی نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: کنترل وضعیت ماهواره، رویکرد مدل چندگانه، کنترل مقاوم، محدودیت سرعت زاویه‌ای، کواترنیون

1. مقدمه

زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت (ADCS) وظیفه‌ی تعیین جهت گیری ماهواره در فضا و همچنین کنترل آن را بر عهده دارد. مثال‌هایی از لزوم کنترل وضعیت ماهواره می‌تواند شامل نشانه‌روی آنتن‌های ماهواره به سمت بخش خاصی از زمین، پوشش بخشی از زمین توسط دوربین‌ها، جهت گیری آرایه‌های خورشیدی به سمت خورشید برای دریافت بیشترین انرژی و نشانه‌روی حسگرهای تحقیقاتی ماهواره به سمت نقطه‌ای خاص در فضا باشد. همچنین برای تغییر و کنترل مدار ماهواره با استفاده از رانشگرها نیاز به تنظیم دقیق وضعیت ماهواره برای اعمال نیروی واکنشی در جهت مناسب می‌باشد. همانطور که از این مثال‌ها نیز برمی‌آید انجام مأموریت یک ماهواره تا حد قابل توجهی به مشخصه‌های عملکردی ADCS و به ویژه کنترل کننده بستگی دارد. استفاده از کنترل کننده‌های پیشرفته برای بهبود مشخصه‌های عملکردی سیستم کنترل وضعیت ماهواره بسیار مورد توجه بوده و راهگشا می‌باشد. دلیل این امر ویژگی‌های خاص سیستم وضعیت ماهواره نظیر دینامیک غیرخطی، کوپلینگ کانال‌ها، وجود نامعینی در پارامترهای سیستم مانند ماتریس ممان اینرسی، منابع مختلف اغتشاش و ... می‌باشد.

مسأله‌ی کنترل وضعیت علاوه بر کاربردهای فضایی، در زمینه‌ی دیگری نظیر وسیله‌های هوایی، سیستم‌های رباتیکی، و وسیله‌های دریایی و زیردریایی نیز مورد توجه می‌باشد و در چند دهه‌ی اخیر تلاش‌های زیادی در مورد جنبه‌های مختلف این مسأله انجام گرفته است. مرجع [1] مرجعی کامل در زمینه‌ی تعیین و کنترل وضعیت ماهواره می‌باشد. در [2] با رویکردی تحلیلی به موضوع دینامیک و کنترل سیستم‌های فضایی پرداخته شده است و [3] به کنترل وضعیت و مدار با تأکید بر جنبه‌های کاربردی می‌پردازد. مرور کاملی بر کارهای انجام شده در زمینه‌ی کنترل وضعیت تا سال 1991 در [4] ارائه شده است. در این مرجع یک چهارچوب کلی برای تحلیل مسأله‌ی کنترل وضعیت جسم صلب ارائه شده است و بر اساس آن گونه‌های مختلف قوانین کنترلی پیشنهاد شده است.

¹دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق، کنترل دانشگاه شاهد
²عضو هیأت علمی گروه کنترل دانشگاه شاهد

مسأله‌ی پایداری وضعیت یک جسم توسط پژوهشگران زیادی در طول چند دهه‌ی گذشته مورد بررسی قرار گرفته است و راه‌حل‌های مختلفی برای آن ارائه شده است. از آن جمله می‌توان به [5-7] اشاره کرد. در این مراجع از کمیت‌های سینماتیک مختلف نظیر کواترنیون، ماتریس دوران، پارامترهای رودریگز و پارامترهای بهبودیافته‌ی رودریگز برای نمایش وضعیت استفاده شده است. چالش این مسأله از آنجا ناشی می‌شود که در سینماتیک وضعیت جسم صلب، کمیت‌های مرتبه‌ی اول یا مکان، که در حرکت دورانی همان وضعیت است از انتگرالگیری مستقیم کمیت‌های مرتبه دوم یعنی سرعت زاویه‌ای است بدست نمی‌آید. علاوه بر این، برای اثبات پایداری با ایده گرفتن از انرژی کل جسم، توابع لیاپانوفی ارائه شده است که شامل دو دسته جمله می‌باشند؛ جمله‌های شامل سرعت زاویه‌ای و ماتریس ممان اینرسی که نمایشگر انرژی جنبشی جسم است و جمله‌های شامل خطای وضعیت بر حسب متغیر سینماتیکی که به نوعی متناسب با انرژی پتانسیل جسم نسبت به وضعیت مطلوب است.

دینامیک وضعیت یک ماهواره در معرض نامعینی در مدل و اغتشاشاتی با منابع و اندازه‌های متفاوت و متغیر می‌باشد. استفاده از کنترل تطبیقی به منظور رفع اثر این نامعینی‌ها و اغتشاشات و رسیدن به پایداری و عملکرد مورد نظر حتی در حضور این عوامل می‌باشد. دسته‌ی وسیعی از کنترل‌کننده‌های تطبیقی برای مسأله‌ی کنترل وضعیت ارائه شده است که عموماً اثبات پایداری در آنها از طریق روش مستقیم لیاپانوف صورت می‌گیرد.

اسلاتین و بندتو در [8] برای ردیابی وضعیت ماهواره صلب کنترل‌کننده‌ی تطبیقی مستقیمی ارائه دادند که نسبت به خطا در ماتریس ممان اینرسی مقاوم است. در این مرجع یک تابع لیاپانوف شامل جمله‌های مثبت خطای ردیابی ارائه شده و تحلیل پایداری توسط آن انجام می‌گیرد. شاب و همکاران یک قانون کنترل تطبیقی غیرخطی برای مسأله‌ی ردیابی در دسته‌ی وسیعی از سیستم‌های مکانیکی به ویژه وضعیت ماهواره ارائه داده‌اند که منجر به دینامیک حلقه‌بسته‌ی خطی در حضور اغتشاشات خارجی و نامعینی بزرگ در ماتریس اینرسی شده است [9]. در این مقاله از پارامترهای بهبودیافته‌ی رودریگز به عنوان متغیرهای سینماتیکی برای مدل‌سازی استفاده شده است. پاسخ سیستم حلقه‌بسته در این رویکرد، به صورت مجانبی به پاسخ یک جبرانساز PID مشخص شده همگرا می‌شود. ایده‌ی اصلی این کار یعنی تحقق یک سیستم حلقه‌بسته‌ی خطی برای خطا در [10] ارائه شده بود. در این کار فرض شده است اغتشاشات خارجی دارای اندازه‌ای ثابت هستند.

مسأله اشباع گشتاور کنترلی در کنترل‌کننده‌های تطبیقی از ملاحظات عملی بسیار مهم است که از اواخر دهه‌ی 1990 میلادی مورد توجه قرار گرفت. مرجع [11] پایداری سراسری دسته‌ای از کنترل‌کننده‌های تطبیقی مدل مرجع در حضور نامعینی محدود با وجود اشباع عملگرها را نشان داده است. در کنترل‌کننده‌های تطبیقی قدیمی با به اشباع رفتن عملگر، عمل تطبیق متوقف می‌شد زیرا در این شرایط تطبیق به صورت اشتباه انجام می‌گیرد. مرجع [12] راهکاری برای کنترل تطبیقی ارائه می‌دهد که تطبیق صحیح در شرایط اشباع را ممکن می‌سازد. ایده‌ی اصلی ارائه شده عبارت است از تغییر مسیر مرجع به مسیری که تا حد ممکن به مسیر مرجع نزدیک بوده ولی منجر به اشباع عملگرها نمی‌شود. در [13] نیز برای مسأله‌ی کنترل تطبیقی وضعیت ماهواره با وجود اشباع عملگرها از تغییر مسیر مرجع استفاده شده است و یک طرح تطبیقی پایدار برای تغییر مسیر مرجع ارائه شده است. مسأله‌ی ردیابی تطبیقی وضعیت یک ماهواره‌ی صلب با زمان همگرایی محدود در حضور اغتشاشات خارجی و نامعینی در ماتریس اینرسی در [14] بررسی شده است. همه‌ی کنترل‌کننده‌های تطبیقی که در بالا به آنها اشاره شد مبتنی بر اصل "هم‌ارزی قطعیت" هستند؛ به عبارتی این کنترل‌کننده‌ها یک قانون کنترل قطعی در نظر گرفته و سپس آنرا با یک قانون تطبیق پارامتر مناسب ترکیب کرده تا به یک قانون کنترل تطبیقی دست یابند. در این شرایط، سیستم حلقه‌بسته‌ی بدست آمده یک سیستم غیرخطی متغیربازمان می‌باشد و به دلیل اینکه در حین تطابق، مقادیر پارامترها برابر با مقادیر واقعی نیستند، عملکرد ضعیف‌تری نسبت به سیستم قطعی دارد. برای جبران این نقص، در [15] از یک منیفلد پایدار جذب‌کننده در طرح تطبیقی برای بازسازی عملکرد سیستم حلقه‌بسته‌ی قطعی استفاده شده است. اما یک راه‌حل عمومی‌تر برای جبران نقاط ضعف کنترل تطبیقی کلاسیک که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است استفاده از رویکرد مدل چندگانه و کلیدزنی در کنترل تطبیقی است. در کنترل تطبیقی کلاسیک فرض می‌شود پلنت دارای پارامترهای ثابت ناشناخته است و به همین دلیل در صورت وجود نامعینی بزرگ در پارامترها و یا تغییر ناگهانی در محیط، کنترل تطبیقی کلاسیک منجر به عملکردی ضعیف به ویژه از نظر پاسخ گذرا می‌شود. به عنوان راه‌حلی برای این مشکلات، رویکرد مدل چندگانه و کلیدزنی از ابتدای ظهور کنترل تطبیقی مورد توجه بوده است. در [16] یک کنترل‌کننده‌ی مبتنی بر مدل‌های چندگانه برای کنترل فشار خون ارائه شده است. مرجع [17] رویکرد مدل چندگانه را برای مسأله‌ی کنترل پرواز هواپیمای جنگنده به کار برده است. کنترل تطبیقی مدل چندگانه با کلیدزنی و تنظیم با اثبات پایداری برای بعضی حالت‌های خاص در [18] شده است.

در این مقاله به کنترل وضعیت ماهواره با قید روی اندازه‌ی سرعت زاویه‌ای توجه بیشتری شده است؛ چراکه علی‌رغم اهمیت کاربردی آن، نسبت به دیگر مسائل در کنترل وضعیت کمتر روی آن کار شده است. کاربردهای فراوانی وجود دارد که در آنها مؤلفه‌های بردار سرعت زاویه‌ای نباید از حدود مشخصی بیشتر شوند؛ از آن جمله می‌توان به کاربردهایی که از ژایروهای با نرخ پایین (به دلیل بسیار ارزانتر بودن) استفاده می‌کنند، سوخت‌گیری ضمن

¹. Certainty Equivalence Principle

پرواز و مأموریت هایی که در آنها بخش های مختلف یک یا چند فضاپیما به یکدیگر متصل می شوند اشاره کرد. در [19] از تکنیک پس گامی انتگرال¹ برای کنترل یک سیستم دینامیکی نوعی تحت قید روی سرعت زاویه ای استفاده شده است. در این مرجع برای اولین بار (تا جایی که نویسندگان اطلاع دارند) یک جمله ی لگاریتمی به خاطر وجود قید روی سرعت زاویه ای در تابع لیاپانوف در نظر گرفته شد. این ایده در [20] برای طراحی کنترل کننده ی پس گام تطبیقی وضعیت ماهواره تحت قید روی سرعت زاویه ای به کار گرفته شد. در [21] یک کنترل کننده ی تطبیقی برای کنترل وضعیت ماهواره ی صلب تحت قید روی سرعت زاویه ای ارائه شده است. تابع لیاپانوف در این مرجع نیز با ایده گرفتن از [19] بدست آمده است و شامل یک جمله ی لگاریتمی است. در [22] یک کنترل کننده ی غیرخطی مقاوم که باز هم بر اساس یک تابع لیاپانوف شامل یک جمله ی لگاریتمی است ارائه شده است. قانون کنترل ارائه شده در این مرجع از خطی سازی فیدبکی برای حذف جمله ی اثر ژایروسکوپی استفاده می کند که دارای نقاط ضعفی است و خیلی پیش تر نمونه های بسیاری از آن در کنترل وضعیت ارائه شده بود. همچنین بدون این جمله ی حذف اثر ژایروسکوپی، قانون کنترل این مقاله در واقع همان حالت قطعی قانون کنترل ارائه شده در [21] می باشد.

ساختار این مقاله از این قرار است: در بخش بعد معادلات حاکم بر دینامیک و سینماتیک وضعیت ماهواره ذکر می شوند. در مدل سازی دینامیک وضعیت گشتاور اغتشاشی متغیر باز مان که دارای یک کران محدود می باشد در نظر گرفته شده است. همچنین برای مدل سازی سینماتیک وضعیت از کواتر نیون استفاده شده است. الگوریتم کنترل ارائه شده به همراه اثبات پایداری در بخش سوم معرفی شده است و در بخش چهارم به شبیه سازی این الگوریتم کنترل پرداخته شده است. در انتها نتیجه گیری مقاله نیز در بخش پنجم آورده شده است.

2. معادلات حاکم بر دینامیک وضعیت ماهواره

در این بخش روابط حاکم بر وضعیت ماهواره ی صلب مورد نیاز شامل دینامیک و سینماتیک وضعیت ذکر می شوند. دینامیک ماهواره و یک جسم صلب در حالت کلی، توسط معادله گشتاور اوپلر داده می شود و به تأثیر گشتاورها روی حرکت دورانی ماهواره می پردازد. در حالی که سینماتیک ارتباط بین سرعت و کمیت های از جنس موقعیت (وضعیت در حرکت دورانی سه درجه آزادی) بدون توجه به گشتاورهای اعمالی را توصیف می کند. برای نمایش وضعیت یک جسم روش های مختلفی نظیر زوایای اوپلر، ماتریس کسینوس هادی، کواتر نیون، پارامترهای رودریگز و پارامترهای رودریگز تعمیم یافته وجود دارد. در این میان نمایش کواتر نیون که پارامترهای متقارن اوپلر نیز نامیده می شود به سبب اینکه دچار تکینگی نمی شود و همچنین منجر به یک معادله سینماتیکی خطی می شود، معمول تر است و در این مقاله نیز مورد استفاده قرار گرفته است.

معادله ی گشتاور اوپلر دینامیک غیرخطی سه محوره وضعیت ماهواره را به صورت زیر می دهد

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} = -[\boldsymbol{\omega} \times]\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{u} + \mathbf{d}(t) \quad (1)$$

که در آن بردار سرعت زاویه ای ماهواره نسبت به دستگاه مرجع بیان شده در دستگاه بدنه، $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ماتریس متقارن مثبت معین ممان اینرسی ماهواره و $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$ سیگنال کنترلی می باشد. همچنین $\mathbf{d}(t) = [d_1 \quad d_2 \quad d_3]^T$ گشتاور اغتشاشی ناشی از عوامل مختلف وارد بر ماهواره می باشد و $[\boldsymbol{\omega} \times]$ عملگر ضرب خارجی است و برابر است با:

$$[\boldsymbol{\omega} \times] = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

همچنین، بردار کواتر نیون نمایشگر وضعیت دستگاه بدنه نسبت دستگاه مرجع عبارت است از

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_{1:3} \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

که در آن $q_{1:3}$ بخش برداری و q_4 بخش اسکالر بردار کواتر نیون هستند. سینماتیک حرکت ماهواره صلب با رابطه ی زیر داده می شود [1]

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{q} \quad (4)$$

که در آن

$$\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega} \times] & \boldsymbol{\omega} \\ -\boldsymbol{\omega}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5)$$

3. نتایج اصلی

¹. Integral Backstepping

معادله‌ی حاکم بر دینامیک وضعیت ماهواره در حضور گشتاورهای اغتشاشی که در (1) داده شده است را در نظر بگیرید، برای گشتاور اغتشاشی فرض می‌شود کران بالای نرم آن در اختیار است، به عبارتی $\|d(t)\| \leq d_0$. فرض کنید که q کواترنیون وضعیت لحظه‌ای ماهواره و \bar{q} کواترنیون وضعیت مطلوب باشد. خطای وضعیت برحسب کواترنیون به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\delta q \equiv \begin{bmatrix} \delta q_{1:3} \\ \delta q_4 \end{bmatrix} = q \otimes \bar{q}^{-1} = [\mathcal{E}(\bar{q}^{-1}) \quad \bar{q}^{-1}]q \quad (6)$$

که در آن

$$\mathcal{E}(\bar{q}^{-1}) = \begin{bmatrix} \bar{q}_4 & \bar{q}_3 & -\bar{q}_2 \\ -\bar{q}_3 & \bar{q}_4 & \bar{q}_1 \\ \bar{q}_2 & -\bar{q}_1 & \bar{q}_4 \\ \bar{q}_1 & \bar{q}_2 & \bar{q}_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

همچنین فرض کنید قیود روی مؤلفه‌های سرعت زاویه‌ای به صورت زیر باشد

$$|\omega_1(t)| \leq k_1, |\omega_2(t)| \leq k_2, |\omega_3(t)| \leq k_3 \quad (8)$$

قانون کنترل وضعیت مقاوم در قضایه‌ی زیر ارائه شده است.

قضایه: سیستم توصیف شده با روابط (1) و (4) را در نظر بگیرید. قانون کنترل زیر پایداری مجانبی "تقریباً" سراسری نقطه‌ی تعادل $(\omega, [\delta q_{1:3}; \delta q_4]) = ([0; 1], 0)$ را با پیمودن مسیر کوتاه‌تر تضمین می‌کند:

$$u = -K\omega^{-1}(\text{sgn}1(\delta q_4)\delta q_{1:3} + k_5\omega) - \eta \text{sgn}0(\omega) \quad (9)$$

که در آن $\eta > d_0$ یک ثابت است و توابع $\text{sgn}1(u)$ و $\text{sgn}0(u)$ به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\text{sgn}1(u) = \begin{cases} 1 & , u \geq 0 \\ -1 & , u < 0 \end{cases} \quad (10)$$

و

$$\text{sgn}0(u) = \begin{cases} 1 & , u > 0 \\ 0 & , u = 0 \\ -1 & , u < 0 \end{cases} \quad (11)$$

اثبات: برای اثبات پایداری قانون کنترل ارائه شده تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید

$$V = (1 - \delta q_4)^2 + \delta q_{1:3}^T \delta q_{1:3} + \frac{1}{2} k_4 \sum_{i=1}^3 \ln \frac{k_i^2}{k_i^2 - \omega_i^2} \quad (12)$$

مشق زمانی این تابع عبارت است از

$$\dot{V} = -2(1 - \delta q_4)\dot{\delta q}_4 + 2\delta q_{1:3}^T \dot{\delta q}_{1:3} + \omega^T K_\omega \dot{\omega} \quad (13)$$

که در آن

$$K_\omega = \begin{bmatrix} \frac{k_4}{k_1^2 - v_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_4}{k_2^2 - v_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_4}{k_3^2 - v_3^2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

جایگذاری $\delta q_{1:3}$ و $\dot{\delta q}_4$ می‌دهد

$$\dot{V} = \omega^T \delta q_{1:3} + \omega^T K_\omega \dot{\omega}$$

با در نظر گرفتن قانون کنترل (9) و تعریف

$$G = K_\omega I^{-1}[\omega \times]I \quad (15)$$

و اینکه کران بالای نرم ماتریس G برابر g می‌باشد نتیجه می‌شود

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -k_5 \omega^T \omega - \omega^T G \omega + \omega^T K_\omega I^{-1}(d(t) - \eta \text{sgn}0(\omega)) \\ &\leq (k_5 - g)\|\omega\|^2 - \|K_\omega I^{-1}\|\|\omega\|(\eta - d_0) \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (16)$$

و لذا V منفی نیمه معین است. پس سیستم حلقه بسته پایدار است. برای اثبات پایداری مجانبی از قضیه ی لازال استفاده می شود. از آنجا که سیستم پایدار است، نتیجه می شود که $\delta q, \omega \in L_\infty$. همچنین با انتگرال گیری از رابطه ی (16) نتیجه می شود که $\omega \in L_2$ و لذا $\omega \in L_\infty \cap L_2$. در نتیجه با استفاده از (نتیجه ی) لم باربالات [23] نتیجه می شود که $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega = 0$. رابطه ی سیستم حلقه بسته نتیجه می دهد که تنها در صورتی $\lim_{t \rightarrow \infty} \delta q_{1:3} = 0$ که $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega = 0$ و لذا پایداری مجانبی تقریباً سراسری نقاط تعادل $(0, [0; +1], 0)$ از قضیه ی لازال اثبات می شود. در این قانون کنترل عامل $\text{sgn}1(\delta q_4)$ طی شدن مسیر کوتاه تر برای رسیدن به وضعیت مطلوب را تضمین می کند زیرا چنانچه که δq_4 منفی شود سیگنال کنترلی مثبت تولید می شود و لذا مسیر کوتاه تر برای رسیدن به وضعیت مطلوب طی می شود. این قانون کنترل نسبت به قانون کنترل ارائه شده در [22] اولاً دارای این مزیت است که از خطی سازی فیدبکی برای حذف جمله ی ژایروسکوپی استفاده نشده است، زیرا در خطی سازی فیدبکی باید اطلاع دقیق از دینامیک سیستم و همچنین حالت ها در اختیار باشد و لذا نسبت به نامعینی در مدل و همچنین نویز اندازه گیری مقاوم نیست. ثانیاً این قانون کنترل تضمین می کند که برای رسیدن به وضعیت مطلوب کوتاه ترین مسیر طی می شود.

گام بعدی عبارت است از اعمال رویکرد مدل چند گانه به قانون کنترل تطبیقی ارائه شده. عموماً در رویکرد مدل چند گانه به دو شیوه می توان به ایجاد بانک مدل پرداخت. در شیوه ی اول مدل های مختلف از توصیف دینامیک سیستم توسط کمیت ها یا متغیرهای مختلف و در مختصات های متفاوت و یا روش ها و فرض های ساده کننده ی مختلف بدست می آیند. در حالی که در روش دوم یک معادله حاکم بر دینامیک سیستم در نظر گرفته می شود و پس از آن با تقسیم فضای پارامتر سیستم به زیرفضاهای، مدل های مختلفی بدست می آیند که هر کدام در یک زیرفضای کوچکتر سیستم را با دقتی قابل قبول مدل می کنند. در این مقاله از شیوه ی دوم استفاده شده است و فضای پارامتر ماتریس ممان اینرسی $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ در نظر گرفته شده است. از آنجا که ماتریس ممان اینرسی متقارن و مثبت معین است، فضای پارامتر عبارت است از:

$$\mathcal{S} = \{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^6 | \mathbf{I} > 0, l_i \leq \theta_i \leq u_i, i = 1, 2, \dots, 6\} \quad (17)$$

که در آن قیدهای $l_i \leq \theta_i \leq u_i, i = 1, 2, \dots, 6$ بر اساس آگاهی قبلی از حدود درایه های ماتریس ممان اینرسی نوشته می شوند. این فضای پارامتر با در نظر گرفتن N مقدار برای ماتریس ممان اینرسی به N زیرفضا شکسته می شود. انتخاب مقدار N بستگی به مصالحه ی بین عملکرد مورد نظر و پیچیدگی کنترل کننده دارد که توسط طراح انجام می شود. بنابراین ماتریس ممان اینرسی واقعی و دیگر مقادیر برای این ماتریس عبارتند از:

- ماتریس ممان اینرسی واقعی ماهواره

- $\mathbf{I}_i, i = 1, 2, \dots, N$: مقادیر متفاوت برای ماتریس ممان اینرسی با مقادیر نامعینی مختلف متناظر با زیرفضاهای مختلف در \mathcal{S} .

معادلات دینامیک و سینماتیک ماهواره در روابط (1) و (4) به همراه N مقدار مختلف برای ماتریس ممان اینرسی که دارای مقادیر مختلف نامعینی بوده و هر کدام نماینده ی یک زیرفضا هستند تشکیل N مدل ثابت می دهند. همچنین از قانون کنترل (9) بر حسب هر کدام از N مقدار ماتریس ممان اینرسی یک کنترل کننده بدست می آید. بنابراین در مجموع N جفت مدل/کنترل کننده بدست می آید.

برای تعیین میزان نزدیکی و/یا کارایی هر جفت مدل/کنترل کننده شاخص عملکردی به صورت زیر برای هر جفت تعریف شده است:

$$J_j(t) = \alpha e_j^2(t) + \beta \int_0^t e^{-\lambda \tau} e_j^2(\tau) d\tau, \alpha \geq 0, \beta, \lambda > 0, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (18)$$

که در آن

$$e_j(t) = \|\mathbf{q}_p - \mathbf{q}_j\|_2, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

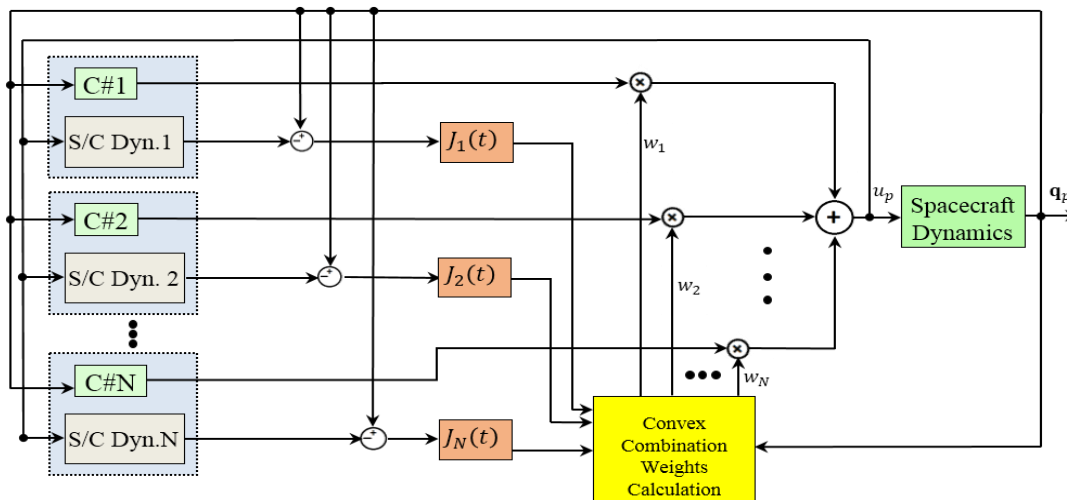
در شاخص عملکرد رابطه ی (18)، α و β را می تون برای رسیدن به ترکیب مطلوبی از دقت لحظه ای و دقت متوسط روی یک بازه ی زمانی انتخاب کرد. فاکتور فراموشی λ حافظه ی شاخص نسبت به عملکرد جفت در گذشته را تعیین می کند و محدود ماندن $J_j(t)$ برای e_j محدود را نیز تضمین می کند. سیگنال کنترلی اعمالی به پلنت به صورت یک ترکیب معذب از N سیگنال کنترل همه ی جفت ها به صورت زیر بدست می آید

$$\mathbf{u} = \sum_{j=1}^N w_j \mathbf{u}_j \quad (20)$$

که در آن وزن های w_j از رابطه ی زیر بدست می آیند

$$w_j = \frac{\sum_{i=1: N, i \neq j} J_i(t)}{\sum_{i=1: N} J_i(t)} \quad (21)$$

ساختار الگوریتم مدل چند گانه مقاوم ارائه شده در شکل 1 نشان داده شده است.



شکل 1: ساختار الگوریتم کنترل مدل چندگانه مقاوم

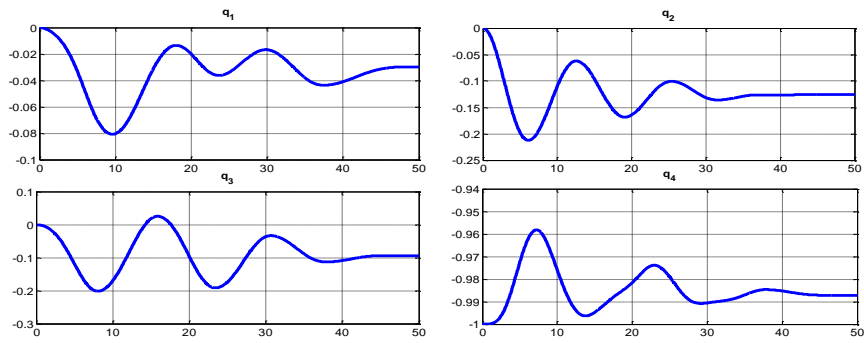
4. نتایج شبیه سازی

در این بخش نتایج شبیه سازی الگوریتم کنترل مدل چندگانه مقاوم ارائه شده به منظور ارزیابی عملکرد آن ارائه می شود. در شبیه سازی انجام گرفته $N = 2$ در نظر گرفته شده است و در نتیجه دو جفت مدل/کنترل کننده وجود دارد. همچنین مسأله ای تنظیم وضعیت روی یک وضعیت ثابت در نظر گرفته شده است. پارامترهای استفاده شده در شبیه سازی در جدول 1 آورده شده است.

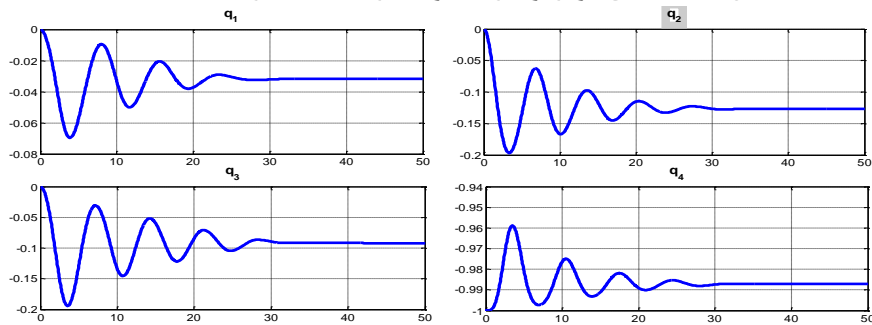
جدول 1: پارامترهای شبیه سازی کنترل وضعیت مدل چندگانه مقاوم

Parameter	Value	
Satellite Actual Inertia Matrix	$I_p = \begin{bmatrix} 300 & 50 & 20 \\ 50 & 110 & 0 \\ 20 & 0 & 800 \end{bmatrix}$	
Controller 1 Initial Inertia Matrix	$I_1 = \begin{bmatrix} 15 & 3 & 2 \\ 3 & 50 & 4 \\ 2 & 4 & 14 \end{bmatrix}$	
Controller 2 Initial Inertia Matrix	$I_2 = \begin{bmatrix} 250 & 30 & 20 \\ 30 & 90 & 4 \\ 20 & 4 & 500 \end{bmatrix}$	
Constant Gains of Core Controller	k_1	30
	k_2	30
	k_3	30
	k_4	100
	k_5	0.08
Cost Indices ($J_j(t)$) Parameters	α	5
	β	5
	λ	50
η	10	
Initial quaternion	(0,0,0,-1)	
Commanded quaternion	(-0.2448,-0.1821,-0.3676,-0.8785)	
Initial Euler Angles (φ, θ, ψ)	(0,0,0) degrees	
Commanded Euler Angles (φ, θ, ψ)	(5,10,15) degrees	
Simulation Step Size	0.05 sec	
Solver	Runge-Kutta	

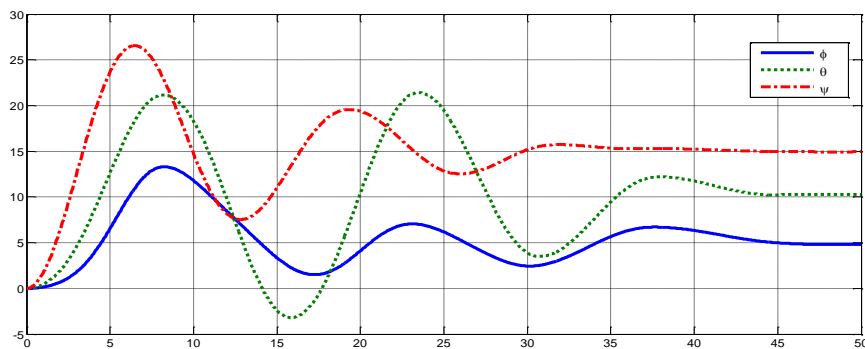
پاسخ پله ای سیستم حلقه بسته بر حسب کواترنیون برای قانون کنترل بدون رویکرد مدل چندگانه و همچنین الگوریتم مدل چندگانه ای ارائه شده به ترتیب در شکل 1 و شکل 2 نشان داده شده است. از آنجا که زوایای اویلر دید بهتری بدست می دهد، پاسخ پله ای زوایای اویلر سیستم برای دو کنترل کننده نیز در شکل 3 و شکل 4 نشان داده شده است. اگرچه در هر دو مورد بردار کواترنیون به کواترنیون مطلوب همگرا می شود، اما بهبود عملکرد قابل توجه ناشی از استفاده از رویکرد مدل چندگانه در شکل 3 مشهود است.



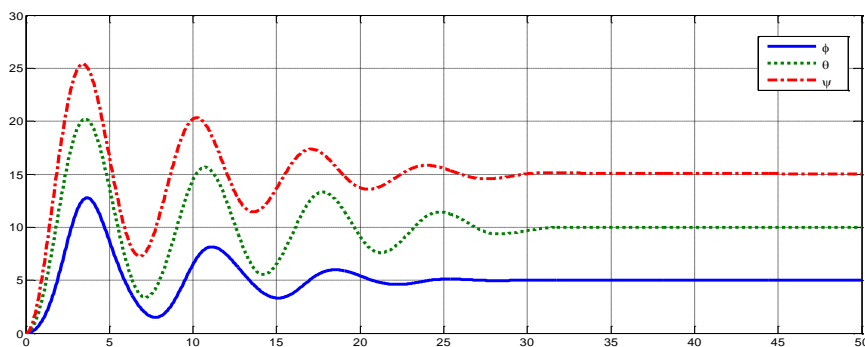
شکل 1: رفتار زمانی کواتر نیون برای قانون کنترل بدون رویکرد مدل چندگانه



شکل 2: رفتار زمانی کواتر نیون برای الگوریتم کنترل مدل چندگانه مقاوم

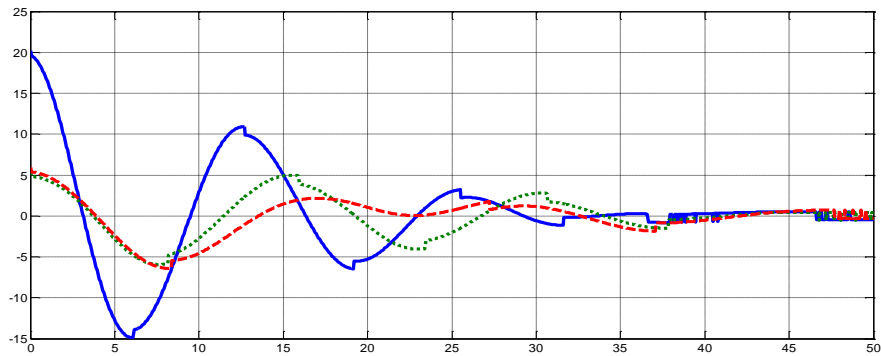


شکل 3: پاسخ پله‌ی زوایای اویلر برای قانون کنترل بدون رویکرد مدل چندگانه

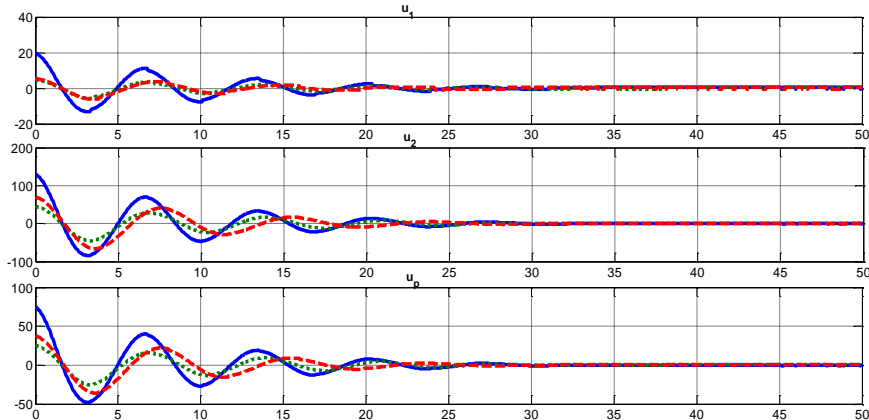


شکل 4: پاسخ پله‌ی زوایای اویلر برای الگوریتم کنترل مدل چندگانه مقاوم

سیگنال کنترل برای قانون کنترل هسته را می‌توان در شکل 5 مشاهده کرد. سیگنال‌های کنترلی الگوریتم کنترل مدل چندگانه در شکل 6 نشان داده شده‌اند. در این شکل u_1 و u_2 مربوط به دو جفت مدل/کنترل کننده هستند و u_p ترکیبی محدب از آنها است که به پلنت اعمال می‌شود.

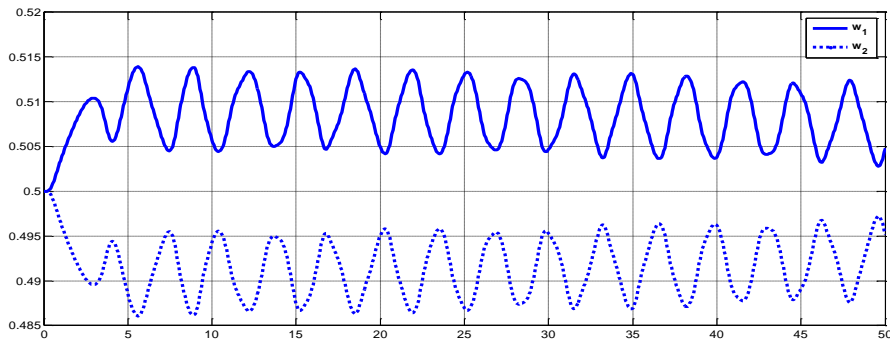


شکل 5: سیگنال کنترل قانون کنترل بدون رویکرد مدل چندگانه



شکل 6: سیگنال های کنترلی در الگوریتم کنترل مدل چندگانه مقاوم

همچنین شکل 7 وزن های w_1 و w_2 برای الگوریتم کنترل مدل چندگانه مقاوم را نشان می دهد.



شکل 7: وزن های w_1 و w_2 در کنترل مدل چندگانه مقاوم

تغییرات وزن های w_1 و w_2 در شکل 7 وابسته به تعریف شاخص عملکرد در رابطه ی (18) و مقادیر مختلف پارامترهای آن یعنی α ، β و λ می باشد. به عنوان مثال با افزایش β و یا کاهش α یا λ می توان نوسانات این وزن ها را کاهش داد.

5. نتیجه گیری

یک الگوریتم کنترل تطبیقی مدل چندگانه برای مسأله ی کنترل وضعیت یک ماهواره ی صلب ارائه شده است. بخش های اصلی الگوریتم ارائه شده عبارتند از: یک قانون کنترل وضعیت مقاوم بر حسب خطای کوآرنیون، مجموعه ای از مدل ها و کنترل کننده ها که با تقسیم فضای پارامتر ماتریس ممان اینرسی به تعداد مناسبی زیرفضا بدست آمده است و یک بخش تولید سیگنال کنترل اعمالی به سیستم که ترکیب محدبی از سیگنال های کنترل را بر اساس میزان کیفیت عملکرد جفت های مدل/کنترل کننده به سیستم اعمال می کند. پایداری مجانبی قانون کنترل مقاوم وضعیت اثبات شده است و با استفاده از شبیه سازی بهبود قابل توجه پاسخ سیستم در حضور نامعینی زیاد در ماتریس ممان اینرسی توسط رویکرد مدل چندگانه نشان داده شده است. ترکیب محدب سیگنال های کنترل با استفاده از وزن هایی که بر اساس یک شاخص عملکرد تعریف شده محاسبه می شوند، بدست می آید. پارامترهای این شاخص عملکرد را می توان برای رسیدن به عملکرد مطلوب تنظیم کرد.

12. مراجع

1. Wertz, J.R., Editor, *Spacecraft Attitude Determination and Control*. Vol. 73. 1978: Springer.
2. Schaub, H. and J.L. Junkins, *Analytical Mechanics of Space Systems*. 2003: American Institute of Aeronautics & Astronautics.
3. Sidi, M.J., *Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach*. 1997: Cambridge University Press.
4. Wen, J.T.Y. and K. Kreutz-Delgado, *The attitude control problem*. Automatic Control, IEEE Transactions on, 1991. **36**(10): p. 1148-1162.
5. Wie, B., H. Weiss, and A. Arapostathis, *Quaternion feedback regulator for spacecraft eigenaxis rotations*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1989. **12**(3): p. 375-380.
6. Tsiotras, P. *New control laws for the attitude stabilization of rigid bodies*. in *13th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*. 1994.
7. Joshi, S.M., A.G. Kelkar, and J.T.Y. Wen, *Robust attitude stabilization of spacecraft using nonlinear quaternion feedback*. Automatic Control, IEEE Transactions on, 1995. **40**(10): p. 1800-1803.
8. Slotine, J.E. and M.D. Di Benedetto, *Hamiltonian adaptive control of spacecraft*. Automatic Control, IEEE Transactions on, 1990. **35**(7): p. 848-852.
9. Schaub, H., M.R. Akella, and J.L. Junkins, *Adaptive Control of Nonlinear Attitude Motions Realizing Linear Closed Loop Dynamics*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2001. **24**(1): p. 95-100.
10. Bach, R. and R. Paielli, *Linearization of attitude-control error dynamics*. Automatic Control, IEEE Transactions on, 1993. **38**(10): p. 1521-1525.
11. Maruthi, A., J. John, and R. Rush, *Structured model reference adaptive control with actuator saturation limits*, in *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit*. 1998, American Institute of Aeronautics and Astronautics.
12. Monish, T. and V. John, *Structured Adaptive Model Inversion Control to Simultaneously Handle Actuator Failure and Actuator Saturation*, in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. 2003, American Institute of Aeronautics and Astronautics.
13. Singla, P. and K. Subbarao. *Stable adaptive reference trajectory modification for saturated control applications*. in *American Control Conference, 2008*. 2008.
14. Lu, K. and Y. Xia, *Adaptive attitude tracking control for rigid spacecraft with finite-time convergence*. Automatica, 2013. **49**(12): p. 3591-3599.
15. Seo, D. and M.R. Akella, *High-Performance Spacecraft Adaptive Attitude-Tracking Control Through Attracting-Manifold Design*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008. **31**(4): p. 884-891.
16. He, W.G., H. Kaufman, and R. Roy, *Multiple Model Adaptive Control Procedure for Blood Pressure Control*. Biomedical Engineering, IEEE Transactions on, 1986. **BME-33**(1): p. 10-19.
17. Maybeck, P.S., *Multiple model adaptive algorithms for detecting and compensating sensor and actuator failures in aircraft flight control systems*. International J. of Robust and Nonlinear Control, 1999. **9**(14): p. 1051-1070.
18. Zhuo, H. and K.S. Narendra, *New Concepts in Adaptive Control Using Multiple Models*. Automatic Control, IEEE Transactions on, 2012. **57**(1): p. 78-89.
19. Ngo, K.B., R. Mahony, and J. Zhong-Ping. *Integrator backstepping design for motion systems with velocity constraint*. in *Control Conference, 2004. 5th Asian*. 2004.
20. Hu, Q., *Robust adaptive backstepping attitude and vibration control with L2-gain performance for flexible spacecraft under angular velocity constraint*. Journal of Sound and Vibration, 2009. **327**(3-5): p. 285-298.
21. Puneet, S. and S. Tarunraj, *An Adaptive Attitude Control Formulation Under Angular Velocity Constraints*, in *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. 2008, American Institute of Aeronautics and Astronautics.
22. Hu, Q., B. Li, and Y. Zhang, *Robust attitude control design for spacecraft under assigned velocity and control constraints*. ISA Transactions, 2013. **42**(4): p. 480-493.
23. Ioannou, P.A. and J. Sun, *Robust adaptive control*. 2012: Courier Dover Publications.